Corrigé

1. f est définie lorsque $x \mapsto \frac{1}{x}$ est définie, d'où $\mathcal{D}_f = \mathbb{R}^*$.

2. $\lim\limits_{x \to -\infty} \mathrm{e}^x = 0$ et $\lim\limits_{x \to -\infty} \frac{1}{x} = 0$ donc, par somme, $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = 0$. De même, $\lim\limits_{x \to +\infty} \mathrm{e}^x = +\infty$ et $\lim\limits_{x \to +\infty} \frac{1}{x} = 0$ donc, par somme, $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$. Enfin, $\lim\limits_{x \to 0} \mathrm{e}^x = 1$, $\lim\limits_{\substack{x \to 0 \\ x<0}} \frac{1}{x} = +\infty$ et $\lim\limits_{\substack{x \to 0 \\ x>0}} \frac{1}{x} = -\infty$ d'où, par somme, $\lim\limits_{\substack{x \to 0 \\ x<0}} f(x) = +\infty$ et $\lim\limits_{\substack{x \to 0 \\ x>0}} f(x) = -\infty$.

3. $\mathcal{C}_f$ admet une asymptote verticale d'équation $x = 0$ et une asymptote horizontale en $+\infty$ et en $-\infty$ d'équation $y = 0$.

4. f est dérivable sur son ensemble de définition comme somme de fonctions dérivables sur cet ensemble. Et, pour tout $x \in \mathcal{D}_f$, $f'(x) = \mathrm{e}^x + \frac{1}{x^2}$. D'où, pour tout $x \in \mathcal{D}_f$, $f'(x) > 0$.

x	$-\infty$		0		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	$\|$	$+$	
f	0	$\nearrow$	$+\infty \;\|\; -\infty$	$\nearrow$	$+\infty$